

## Teoría – Tema 1

### Condición necesaria y suficiente

#### Índice de contenido

Condición necesaria.....	2
Condición suficiente.....	3
Condición necesaria y suficiente.....	4

## Condición necesaria

Deseamos demostrar si una condición matemática  $M$  se cumple o no.

En matemáticas es muy común usar condiciones auxiliares que nos ayudan a decidir si  $M$  se cumple o no.

Si siempre que se cumple nuestra condición  $M$  se cumple también una condición auxiliar  $A$ , diremos que  $A$  es condición necesaria para que se cumpla  $M$ .

$\exists A \Leftarrow \exists M$  (flecha a izquierda)  $\rightarrow A$  es condición necesaria para que se cumpla  $M$

¿Si se cumple  $A$ , se cumple seguro  $M$ ? No.

¿Si no se cumple  $A$ , no se cumple seguro  $M$ ? Sí.

Si conseguimos demostrar la negación de  $A$ , sabremos seguro que tampoco se cumplirá  $M$ .

$\nexists A \Rightarrow \nexists M$  (flecha a derecha)  $\rightarrow$  Si no se cumple  $A$ , no se cumple  $M$

### Ejemplo

$M \rightarrow$  Ganar la liga de fútbol de primera división

$A \rightarrow$  Jugar en primera división

Si un equipo gana la liga, significa obligatoriamente que juega en primera división. Es decir:  $\exists A \Leftarrow \exists M$ .

Pero no todo equipo que juega en primera división, gana la liga.

Sí sabemos seguro que si un equipo no juega en primera división, es imposible que gane la liga. Es decir:  $\nexists A \Rightarrow \nexists M$ .

## Condición suficiente

Si siempre que se cumple  $B$  sabemos seguro que también se cumple  $M$ , diremos que  $B$  es condición suficiente para que se cumpla  $M$ .

$\exists B \Rightarrow \exists M$  (flecha a derecha)  $\rightarrow$   $B$  es condición suficiente para que se cumpla  $M$

¿Si no se cumple  $B$  tampoco se cumple  $M$ ? No. Puede que  $M$  se cumpla sin que se cumpla también  $B$ .

¿Si se cumple  $B$  se cumple seguro  $M$ ? Sí.

### Ejemplo

$M \rightarrow$  Ganar la liga de fútbol de primera división

$B \rightarrow$  Ser el equipo con más puntos al finalizar la liga

Si un equipo termina la temporada con más puntos que ningún otro, seguro que gana la liga. Es decir:  $\exists B \Rightarrow \exists M$ .

Podría ocurrir que el campeón quedase empatado a puntos con el segundo, y fuese campeón por una mejor diferencia de goles. Por lo tanto si  $\nexists B$  no podemos decir nada de la condición  $M$ .

## Condición necesaria y suficiente

Si se cumple  $C$  seguro que se cumple  $M$ . Y si no se cumple  $C$  seguro que tampoco se cumple  $M$ .

$C \Leftrightarrow M$  (flecha doble)  $\rightarrow$   $C$  es condición necesaria y suficiente de  $M$

Una condición necesaria y suficiente es muy potente, ya que para demostrar o no la existencia de  $M$  nos sirve demostrar o no la existencia de  $C$ .

### Ejemplo

$M \rightarrow$  Ganar la liga de fútbol de primera división

$C \rightarrow$  Recibir el trofeo de campeón al finalizar la liga

Si un equipo recibe el trofeo de campeón al terminar la liga, seguro que ha sido el campeón. Y quien no lo recibe, no es campeón. Es decir:  $C \Leftrightarrow M$ .