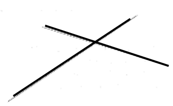
SEDE	Santafé		
DOCENTE	Fernando Ortega	**#CEL.**	3175763481
ÁREA	Geometría	**GRADO**	Noveno (9°)
PERIODO: III	**SEMANA**	Semana 1,2,3 (11 – 29 Julio 2022)	
DBA	Conjetura acerca de las regularidades de las formas bidimensionales tridimensionales y realiza inferencias a partir de los criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos.		
INDICADOR DE DESEMPEÑO	Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.		
NOMBRE DEL TEMA	Métodos de demostración, conjeturas, método directo		
NOMBRE DEL ESTUDIANTE		**J.V.**	

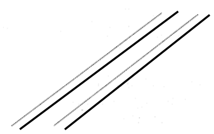
Rectas cortadas por paralelas

Recordemos: Para considerar los ángulos generados entre dos paralelas cortados por una secante, es necesario recordar el significado de rectas paralelas y recta secante.

Al trazar dos rectas en un mismo plano, estas rectas pueden ser:



Rectas Secantes
Cuando las rectas se cruzan o se cortan en un punto.

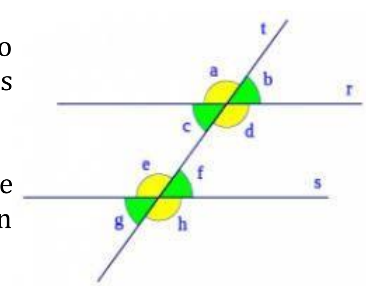


Rectas Paralelas
Cuando por más que se prolonguen nunca llega a unirse.

Ángulos entre rectas paralelas cortadas por una recta secante

Las rectas **r** y **s** son paralelas y la recta **t** es secante.

Dos rectas paralelas cortadas por una recta secante forman ocho ángulos, los cuales en la imagen están señalados por letras minúsculas: **a, b, c, d, e, f, g, h**



Estos, forman diferentes clases de ángulos, que se clasifican de acuerdo a las características que cumplan, de acuerdo a la posición que ocupen respecto a las rectas paralelas y a la recta secante.

Los ángulos formados entre dos rectas paralelas cortadas por una recta secante son:

1.Ángulos Colaterales
Externos: (a,g)(b,h)
Internos: (c,e)(d,f)

2.Ángulos Internos
(c,d,e,f)

3.Ángulos Externos
(a,b,g,h)

4.Ángulos Alternos Internos
(c,f)(e,d)

5. Ángulos Alternos Externos
(a,h)(b,g)

6. Ángulos Correspondientes
(a,e)(b,f)(c,g)(d,h)

7. Ángulos opuestos por el vértice.
(a,d)(c,b)(e,h)(f,g)

TEORÍA DE LA DEMOSTRACIÓN

GLOSARIO DE TÉRMINOS.

Hipótesis: Es una afirmación o conjetura acerca de una distribución de una o más variables aleatorias

Postulado: Proposición no evidente por sí misma ni demostrada, pero que se acepta, ya que no existe otro principio al que pueda ser referida.

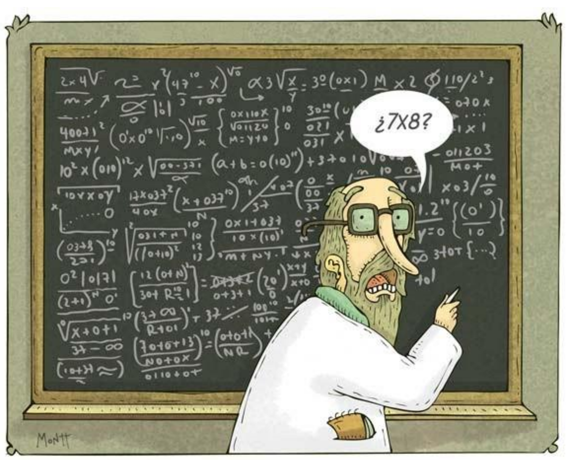
Teorema: Es una proposición cuya verdad se demuestra.

Axioma: Un axioma es una frase matemática que todo el mundo admite como verdadera. Por lo tanto, se considera verdadera y no se tiene que demostrar que lo es. Los axiomas son las verdades elementales o verdades básicas.

Proposiciones: El término proposición es tomado de la lógica y suele ser definido como un enunciado que puede ser calificado de **verdadero o falso**. Se considera la proposición como un enunciado y este último como **una frase u oración**.

Premisas: En un argumento válido, las premisas implican la conclusión

Que entendemos por demostración:



Esta palabra viene del latín «demonstratio» y significa lo mismo tal cual se entiende, su concepto etimológico es redundante. El concepto de demostración no es más que la verificación de una prueba anteriormente corroborada, sea verdadero o falso.

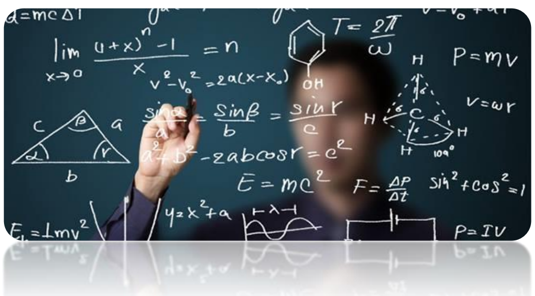
Por lo general, la demostración suele usarse para mostrar una prueba a terceras personas para disipar dudas o inducir la costumbre de que toda propiedad o teorema debe ser probada (aunque en la vida cotidiana la gente no acostumbra a comprobar lo que investiga, incluido en en las propias universidades.

Podemos decir que demostrar es volver a mostrar que un resultado sea verdadero o falso con los fundamentos adecuados. Un sinónimo de demostrar es comprobar, este último es lo mismo que decir que volver a probar. Los teoremas que demostramos en geometría son proposiciones condicionales o bicondicionales.

Por tanto, la demostración no es más que reafirmar una tesis de una hipótesis probada, punto. Es por ello que es inadecuado usar la palabra «prueba» en una demostración matemática de un teorema porque demostración y prueba son dos cosas distintas. Probar significa experimentar algo sin importar si la hipótesis es correcta o incorrecta, la demostración es solo verificar la tesis de la hipótesis anteriormente probada como verdadero o falso.

Aunque coloquialmente ya se aceptó como conceptos similares, su uso será a su criterio de cada quien, vayamos con el siguiente apartado.

Demostración matemática



La demostración en matemática es la reafirmación de los teoremas para asegurar la verdad los argumentos matemáticos anteriormente probados como verdaderos. Las premisas de un proceso de demostración de un consecuente que ya anteriormente ha sido probado pueden incluir definiciones, axiomas y/u otros teoremas.

Uno de los puntos fuertes de la demostración matemática es volver a reafirmar un teorema que anteriormente se probó su veracidad bajo una serie de procedimientos matemáticos también aceptados como verdaderas.

Conjetura en las matemáticas

Tomemos al número 6, sus divisores son el 1, 2 y el 3, pero si sumamos estos divisores, nos da como resultado el número 6, este tipo de números se les llamó **números perfectos**.

Por definición, los números perfectos resulta ser igual a la suma de todos los divisores propios que esta posea. Euclides estudió estos resultados y encontró los primeros 4 primeros números perfectos que tenían una propiedad inusual. Encontró la siguiente formula por inducción básica que:

$$\mathbf{NP=2^{n-1}(2^{n}-1)}$$

Donde NP significa **números perfectos** y el valor resultó ser números primos. Esta generalidad lo supuso solo porque descubrió los cuatro primeros números perfectos que cumplen esta propiedad, estos son:

- n=2: $2^{2-1}(2^{2}-1)=6$
- n=3: $2^{3-1}(2^{3}-1)=28$
- n=5: $2^{5-1}(2^{5}-1)=496$
- n=7: $2^{7-1}(2^{7}-1)=8128$

Donde $\mathbf{2^{n}-1}$ también eran primos, al descubrir estos 4 resultados con los primeros 4 primos de la serie, supuso que el siguiente primo **n=11** para NP también debió ser un número perfecto, sin embargo, el valor $\mathbf{(2^{11}-1)}$ no era un número primo y, por tanto, para NP tampoco era un número perfecto.

Pero los matemáticos de épocas antiguas dejaron por sentado que todos los números primos para NP tenían que ser números perfectos, esta afirmación sin demostración se le llama **conjetura.**

Existen otras conjeturas como son:

- La conjetura de Goldbach.
- La conjetura de los primos gemelos.
- La conjetura de Collartz
- Hipótesis de Riemann
- Conjetura de Beal
- Conjetura de Mertens

La mayoría de las conjeturas en matemática no han sido demostradas, considerándose como posibles afirmaciones y creencias especulativas hasta que pueda demostrar su veracidad o falsedad, pero también existen otras que lograron ser demostrados como verdaderos, por tanto, pasan a ser reformuladas como teoremas

VIDEOS:

Demostración matemática: https://www.youtube.com/watch?v=8GTKfo1W6_A
Conjeturas matemáticas sin resolver: https://www.youtube.com/watch?v=d2CHQy7-Ccs

Actividad1

En grupos de 2, escoger una de las conjeturas y exponerla utilizando la herramienta Power Point, Prezi o Sway.

SEDE	Santafé		
DOCENTE	Fernando Ortega	**#CEL.**	3175763481
ÁREA	Geometría	**GRADO**	Noveno (9°)
PERIODO: III	**SEMANA**	Semana 4,5,6 (01 – 19 agosto 2022)	
DBA	Conjetura acerca de las regularidades de las formas bidimensionales tridimensionales y realiza inferencias a partir de los criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos.		
INDICADOR DE DESEMPEÑO	Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.		
NOMBRE DEL TEMA	El lenguaje de la demostración, proposiciones, condición suficiente, condición necesaria		
NOMBRE DEL ESTUDIANTE		**J.V.**	

EL LENGUAJE DE LA DEMOSTRACIÓN

No se puede evitar el lenguaje informal en la formalización estrictas de las matemáticas, no existe una formalización completa y pura sin usar palabras cotidianas o por lo menos palabras con propiedad con cierto grado de rigor.

Existen otros conceptos que no se pueden definir con precisión, por ejemplo, la palabra «conjunto», este puede significar una colección de objetos (sea objetos virtuales o reales), sin embargo, la palabra «colección» y «conjunto» son sinónimos. También existen en el lenguaje coloquial palabras indefinibles como **¿qué es el color azul?,** o **¿qué es bonito?** sin usar dentro de su concepto la palabra «feo» y ninguno de sus contrarios, etc.

De la misma manera ocurre con el lenguaje de las demostraciones matemáticas, por más formal que sea, siempre requerida de algún lenguaje informal. Este es un tema un poquito extenso para otra entrada en una sección distinta.

En resumen, las demostraciones matemáticas le conciernen la estructura de los lenguajes formales para no caer en ambigüedades, este tipo de lenguajes se les llama **fórmulas** bien formadas, muy usado y constantemente reformulados hasta lograr una demostración matemática óptima, rigurosa y fuera de toda contradicción.

Proposiciones:

El término proposición es tomado de la lógica y suele ser definido como un enunciado que puede ser calificado de **verdadero o falso**. Se considera la proposición como un enunciado y este último como **una frase u oración**.

Ejemplo1:

p: a y b son números pares.

q: a + b es par.

Proposiciones p y q

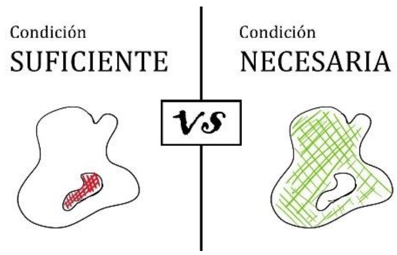
Proposiciones condicionales:

Si se conectan dos enunciados colocando la palabra "si" antes de la condición – llamada **antecedente** - y después de la palabra "entonces", el **consecuente**; la proposición compuesta resultante se llama un condicional, proposición hipotética o implicación.

$\boxed{\textbf{Si } p\textbf{, entonces } q\ (p \Rightarrow q)}$ o $\boxed{p \textbf{ sí y solo sí } q\ (p \Leftrightarrow q)}$

Donde **P** es la **hipótesis** del teorema y **q** es la **tesis** o conclusión. Para demostrar un teorema se aplica uno de los siguientes métodos de razonamiento: **Método directo o método indirecto**.

El proceso de demostración es un desarrollo creativo, en el que se enlazan (por medio de argumentaciones lógicas) definiciones, postulados y teoremas ya demostrados, para llegar a una conclusión.



Condición suficiente

Sea la siguiente proposición condicional **p→q**: si a y b son números pares, entonces **a=2r** y **b=2k**, la suma sería **a+b**=2r+2k=**2(r+k),** aquí comprobamos que la suma **a+b** es par por tener como factor de multiplicación al **2**, por tanto, la proposición **p→q** **es verdadera** y decimos entonces que **p** es condición suficiente para **q**.

Condición necesaria

Ahora verifiquemos si es verdad la proposición condicional **q→p**: si **a + b** es par, podemos deducir dos posibilidades, una de ellas es como en el caso anterior, de que **a=2r** y **b=2k** **pueden ser pares**, sin embargo, también **pueden ser impares** y pueden tener la forma impar así **a=2r+1** y **b=2k+1**, al sumarlos **a + b** = (2r+1)+(2k+1)=2(r+k+1), esto significa **a** y **b** **también pueden ser impares** y pueden generar una suma de un número par. Para estos casos, decimos que **a+b** par no es una condición suficiente, pero si una condición necesaria para que **a** y **b** sean pares.

Con base a estos resultados, deducimos que **la conclusión es condición necesaria para las premisas** y las premisas es condición suficiente para la conclusión.

Combinación de las condiciones suficientes y necesarias

Pero la cosa cambia cuando agregamos un requisito más para el segundo caso anterior (para el caso de la condición necesaria), donde:

p: a y b son números pares.
q: a+b es par.
s: a·b es par.

Para el primer caso **$p\rightarrow(q\wedge s)$**: Si **a** y **b** son pares, obviamente la suma **a+b** y la multiplicación a·b son pares, aquí decimos que p es condición suficiente para **$q\wedge s$**. El caso inverso **$(q\wedge s)\rightarrow p$**, si consideramos **$q\rightarrow p$** y **$s\rightarrow p$** por separado, tenemos los siguientes resultados:

Aquí **a·b,** por si solo, al ser un número par, no significa que **a** y **b** sean pares, por ejemplo, el 1 y 2, igualmente sucede con la suma **a+b**, al ser este par, tampoco significa que **a** y **b** sean pares, como puede suceder con 3 y 5, resultando 3+5=8.

Podemos decir que tanto la suma y la multiplicación por separado son condiciones necesarias, pero no suficientes para que **a** y **b** sean pares.

Pero si lo juntamos en una proposición conjuntiva **$q\wedge s$**: **a+b** y **a·b**, resulta:

a+b=par···(I)

a·b=par···(II)

De **(I)** despejamos **a** y reemplazamos en (II), tenemos:

a(par–a)=par···(III)

Si a es impar la condición (III) no se cumple, pero si **a** es par, esta misma condición se cumple tranquilamente, como **a=par**, lo reemplazamos en (I), obtenemos:

par+b=par

Para que esta última fórmula se cumple, es obligando que **b** sea también par. Por tanto, concluimos que las proposiciones **q** y **s** no solo son condiciones necesarias, sino también son condiciones suficientes para que **p** se cumpla.

En definitiva, se cumple tanto **$p\rightarrow(q\wedge s)$** como **$(q\wedge s)\rightarrow p$**, por tanto, decimos **$q\wedge s$** es condición suficiente y necesaria para **p** si se cumple **$p\leftrightarrow(q\wedge s)$**, naturalmente también podemos decir que **p** es condición suficiente y necesaria para **$q\wedge s$** para el mismo esquema molecular **$p\leftarrow(q\wedge s)$**.

Espero que con estos ejemplos quede claro cuando debe decirse que un argumento es condición suficiente, condición necesaria y cuando es una condición suficiente y necesaria a la vez. Estas palabras son muy usadas en matemáticas para diferenciar muchos casos demostrativos.

Tengan en cuenta que si una condición de un antecedente es necesaria para un consecuente, se puede escribir como **$p\rightarrow q$** cosa que no lo hemos aclarado antes, pero no se puede escribir **$p\Rightarrow q$**, es incorrecto, porque no se puede deducir **q** de **p**, esto ya lo aclaré en la entrada de la condicional material, pero mucho más en la entrada de la equivalencia, implicación e inferencia lógica.

Pero para aclararlo rápidamente aquí mismo, la proposición condicional **$p\rightarrow q$** puede ser verdadera como también falsa, y no se toma en cuenta el argumento de manera estricta de las proposiciones **p** y **q**, en cambio, para la implicación **$p\Rightarrow q$**, esto resulta ser siempre una afirmación verdadera.

Por fin, comencemos con los diferentes métodos de demostraciones matemáticas que estábamos ya esperando desde un inicio.

VIDEOS:
Lógica proposicional: https://www.youtube.com/watch?v=vKe0UKSpNQQ
Condición suficiente Vs condición necesaria:
https://www.youtube.com/watch?v=CWKuN_VqxmY

SEDE	Santafé		
DOCENTE	Fernando Ortega	**#CEL.**	3175763481
ÁREA	Geometría	**GRADO**	Noveno (9°)
PERIODO: III	**SEMANA**	Semana 7,8 (22 agosto – 02 septiembre 2022)	
DBA	Conjetura acerca de las regularidades de las formas bidimensionales tridimensionales y realiza inferencias a partir de los criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos.		
INDICADOR DE DESEMPEÑO	Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.		
NOMBRE DEL TEMA	Métodos de demostración, método directo, método indirecto		
NOMBRE DEL ESTUDIANTE		**J.V.**	

METODOS DE DEMOSTRACIÓN

Los métodos que trataremos a continuación son los más habituales en el área de matemáticas y las más usadas, naturalmente la que vendrá en breve es la más usada de todas y si se me permite la palabra aquí, también la más confiable porque pueden observar todo el proceso de la demostración sin hacer supuestos.

El resto de los métodos son usados cuando no es posible usar **métodos directos**, esto dependerá de **cómo** y de **qué** manera se anuncie una proposición matemática, comencemos con el primero método.

1. MÉTODO DIRECTO

Pasos para una demostración por el método directo

1. Se determina claramente la hipótesis o la tesis del teorema que se va a demostrar. Se reformula el teorema en términos de una proposición condicional. **p→q**
2. Se realiza una construcción geométrica a partir de la hipótesis y la tesis, en estas se incluyen las construcciones auxiliares que apoyen la demostración del teorema. Se asume que **p** es una condición dada como **cierta**. Generalmente conviene hacer un dibujo que ilustre lo dado.
3. Se relaciona la hipótesis con las definiciones, postulados y teoremas demostrados anteriormente, para establecer una sucesión lógica de proposiciones que permitan comprobar la validez de la tesis. Generalmente este paso de la demostración se presenta en dos columnas.
   a. En la primera se escriben las proposiciones verdaderas que permiten comprobar la validez de la tesis.
   b. Se escribe la justificación correspondiente.
4. Se afirma lo demostrado

Ejemplo1:

Realicemos la demostración del siguiente teorema utilizando el método directo:

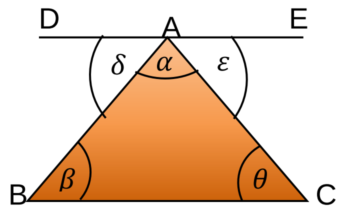
La suma de la medida de los ángulos internos de un triángulo es 180°

1. Determinación de la hipótesis y la tesis:

Hipótesis: Se da un $\triangle$ABC

Tesis: m∡ α + m∡ β + m∡ θ = 180°

2. Se realiza una construcción geométrica:



Para este teorema se construye un triángulo con vértices ABC, y se traza una recta DE que pasa por A y que sea paralela al lado BC

3. Se escriben las proposiciones que permiten probar la validez de la tesis con sus respectivas funciones.

Proposición	Justificación
1. $\overline{DE}$, pasa por A y $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$	Postulado de las paralelas
2. ∡BAD + ∡BAE = 180°	Son ángulos suplementarios
3. m∡δ = m∡ β y m∡ε = m∡ θ	Son ángulos alternos internos entre paralelas
4. m∡BAE = m∡CAB + m∡CAE	Postulado de la adición de ángulos
5. m∡δ + m∡α + m∡ ε = 180°	Por los pasos 2 y 4
6. m∡β + m∡α + m∡θ = 180°	Por los pasos 3 y 5

Finalmente se tiene que la suma de los ángulos internos de un $\triangle$ABC, es igual a 180°

Ejemplo2:

Un ejemplo de modo clásico de demostración directa sería este:

p: Si hoy llueve, entonces el piso se moja

q: Hoy llueve

Por tanto, el piso se moja

Nota: Esta es una implicación notable llamado **ley de Modus Ponens** y su esquema original se escribe así **(p→q)∧p⇒q(p→q)∧p⇒q.**

2. MÉTODO INDIRECTO

Los principales métodos indirectos de demostración son la contrarrecíproca y la reducción al absurdo.

2.1. Contra recíproca.

La contrarrecíproca de una proposición de la forma p ⇒ q es la proposición ~q ⇒ ~p. Por ejemplo, dada la proposición p ⇒ q: “Si llueve, entonces, no voy a cine”, su contrarrecíproca es ~q ⇒ ~p: “si voy a cine, entonces, no llueve”. Para utilizar un teorema utilizando la contrarrecíproca, se establece como hipótesis la negación de la tesis y se concluye la negación de la hipótesis, es decir, se demuestra el teorema ~q ⇒ ~p.

2.2. Reducción al absurdo

Para demostrar un teorema de la forma $p \Rightarrow q$ utilizando el método de reducción al absurdo, se asume como verdadera la proposición $\sim q$ y se establece una contradicción, con lo cual se concluye que $\sim q$ debe ser falsa y, en consecuencia, q debe ser verdadera.

Por ejemplo, considérese la proposición **"no existe un número racional mínimo mayor que cero".** En una reducción al absurdo se comenzaría por asumir lo contrario y nuestra tesis sería: "existe un número racional mínimo mayor que cero: r0.

Ejemplo:

Queremos demostrar que si $\mathbf{a^2}$ es par, entonces **a** es par, entonces suponemos como verdadero que si $\mathbf{a^2}$ es par, entonces **a** es impar, en base este argumento, $a^2=2k$, como estamos tratando con números enteros y divisibilidad, se supone que **2** divide a $\mathbf{a^2}$, hemos supuesto que $a=2k+1$, elevando al cuadrado, resulta $a^2=4k^2+4k+1=2(2k^2+2k)+1=2r+1$, esto indica que $\mathbf{a^2}$ es impar, contradiciendo $\mathbf{s^2=2}$. Por tanto, se demuestra que cuando **a** es par porque $\mathbf{a^2}$ es par.

Simbólicamente:

$$\mathbf{V(p \rightarrow \sim q)=F \Rightarrow V(p \rightarrow q)=V}$$

Si $p \rightarrow \sim q$ es falsa, implica que $p \rightarrow q$ sea verdadera.

2.3. Por contraposición

Esta es una demostración indirecta donde realizaremos algunos ajustes lógicos a la implicación $p \Rightarrow q$, hemos dicho que **q** es condición necesaria de **p**, de aquí se deduce que **q** no es condición suficiente para **p** o, dicho de otro modo, $\sim$**q** implica $\sim$**p**, y se escribe así $\mathbf{\sim q \Rightarrow \sim p}$, esta afirmación sería condición suficiente para afirmar $\mathbf{p \Rightarrow q}$.

Lo único que hemos hecho es cambiar la dirección de la inferencia negando cada término proposicional **p** y **q**. Veamos un ejemplo con el siguiente argumento de forma condicional:

- **Si amanece, entonces habrá luz.**

Naturalmente si amanece, implica que haya luz $(p \Rightarrow q)$, entonces amanecer es condición suficiente para que haya luz, sin embargo, si hay luz, no implica que amanezca, porque existe la posibilidad que la fuente de luz sea una fuente eléctrica artificial, en este caso **q** no implica **p** y se escribe $q \nRightarrow p$, pero algo sí es seguro porque podemos de decir que:

Si no hay luz, entonces no ha amanecido $(\sim q \Rightarrow \sim p)$

Si se afirma $p \Rightarrow q$, también se afirma $\sim q \Rightarrow \sim p$, es decir:

$$\mathbf{p \rightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p}$$

Para el caso de la lluvia y el piso mojado, decimos:

Si hoy llueve, entonces el piso se moja $(p \rightarrow q)$.

Si el piso se moja, no significa que llueva $(q \Rightarrow p)$.

El piso no se moja, por tanto, no está lloviendo $(\sim q \Rightarrow \sim p)$.

¿Para qué sirve este método? Supongamos que no podemos probar un teorema con el método directo, entonces usamos este **método indirecto** negando el consecuente y el antecedente cambiando la dirección de la implicación. Ese sería nuestro nuevo teorema a demostrar.

*** Si quieres seguir investigando sobre los diferentes métodos ahí te dejo los temas:**

- Principio de inducción
- Demostración constructiva
- Por existencialidad Particular
- Por contraejemplo
- Por casos
- Disyunción exclusiva
- Demostración visual

Te invito a observar los siguientes videos para afianzar más los temas sobre métodos de demostración:

Método Directo: https://www.youtube.com/watch?v=HGKyLuoXZEg&t=499s

Directo, Indirecta, absurdo: https://www.youtube.com/watch?v=yAGoR6FUyi8

Contra recíproco: https://www.youtube.com/watch?v=C355XcNC7qA

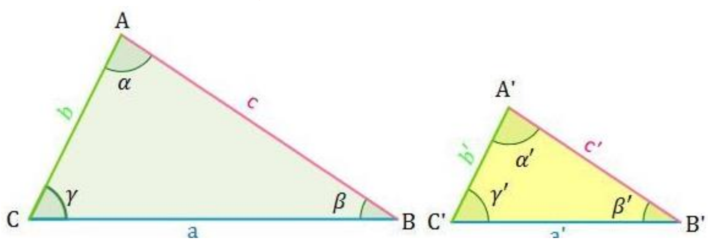
Contra Posición: https://www.youtube.com/watch?v=Y9i7bMrLM_U

Si quieres leer más sobre el tema te invito a que visites el siguiente link:
https://es.quora.com/Cu%C3%A1l-es-un-ejemplo-simple-de-demostraci%C3%B3n-por-contradicci%C3%B3n

Actividad2.
Desarrollar los ejercicios interactivos del link. Cuando termines muestra los resultados al docente para que te evalúe:
https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Lengua_Castellana/Expresi%C3%B3n_escrita/Estilo_directo_e_indirecto_ad382859ho

SEDE	Santafé		
DOCENTE	Fernando Ortega	**#CEL.**	3175763481
ÁREA	Geometría	**GRADO**	Noveno (9°)
PERIODO: III	**SEMANA**	Semana 9,10 (05– 16 septiembre 2022)	
DBA	Conjetura acerca de las regularidades de las formas bidimensionales tridimensionales y realiza inferencias a partir de los criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos.		
INDICADOR DE DESEMPEÑO	Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.		
NOMBRE DEL TEMA	Semejanza de triángulos, razón de proporcionalidad, triángulos en posición de thales		
NOMBRE DEL ESTUDIANTE		**J.V.**	

2. SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS



La semejanza de triángulos es una característica que hace que dos o más triángulos sean semejantes.

Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus ángulos iguales (o congruentes) y sus lados correspondientes (u homólogos) son proporcionales.

Son lados homólogos los opuestos a ángulos iguales.

Aquí tenemos un caso, donde se ven los elementos homólogos (ángulos y lados) con la igualdad o congruencia de sus ángulos y la proporcionalidad de los lados (Ver Gráfico anterior)

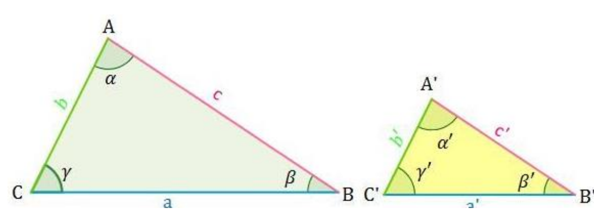
En los triángulos semejantes se cumplen las condiciones siguientes:

1. Los ángulos homólogos son iguales:

$\alpha = \alpha'$ $\beta = \beta'$ $\gamma = \gamma'$

2. Los lados homólogos son proporcionales:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



3. RAZÓN DE PROPORCIONALIDAD

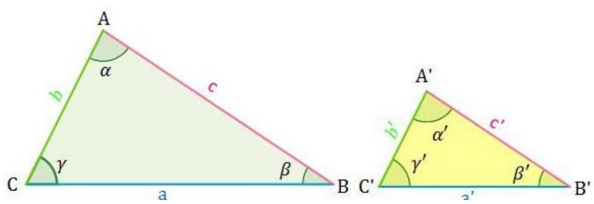
A **r** se le denomina **razón de semejanza o de proporcionalidad**.

Se cumple que la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes es también la razón de semejanza y que la razón de sus áreas es el cuadrado de la razón de semejanza:

$$\frac{Perímetro}{Perímetro'} = \frac{a+b+c}{a'+b'+c'} = r$$

Para saber si dos triángulos son semejantes no es necesario conocer sus tres ángulos y sus tres lados. Existen tres criterios para asegurarlo.

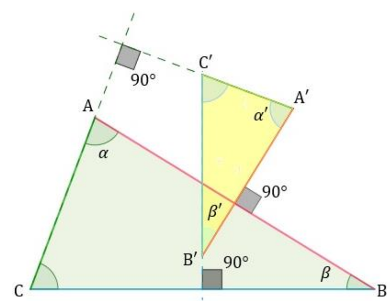
Criterios de semejanza de dos triángulos



1. Que tengan dos ángulos iguales. (El tercero lo será, porque los tres tienen que sumar 180°).

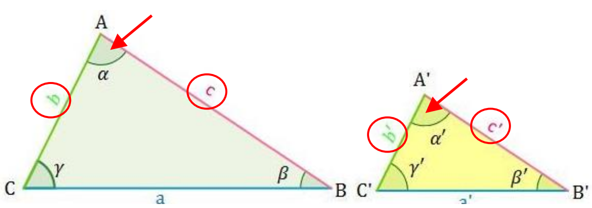
Si α = α’ y β = β’, entonces los triángulos ABC y A’B’C’ son semejantes.

Criterios de igualdad de los ángulos:



- Los tres lados homólogos son paralelos. (Ver colores en la figura superior).
- Los tres lados de un triángulo son perpendiculares a los homólogos del otro triángulo

2. Que tengan dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos sea igual

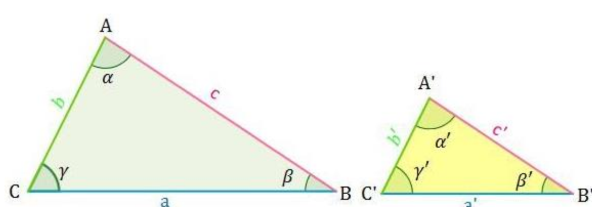


Entonces: $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ y $\alpha = \alpha$

Y, además, α =% α’, entonces los triángulos ABC y A’B’C’ son semejantes.

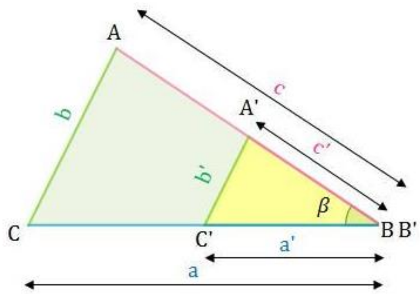
3. Que tengan sus tres lados correspondientes proporcionales.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



Tenemos también que los triángulos ABC y A’B’C’ son semejantes.

4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

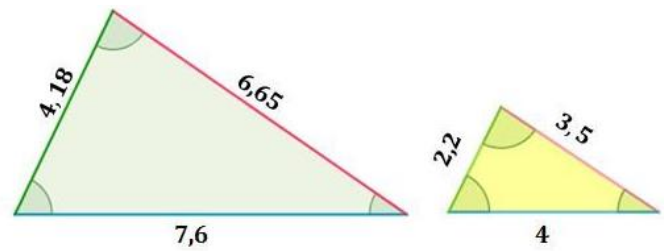


Cuando dos triángulos tienen un ángulo común y sus lados opuestos a ese ángulo son paralelos entre sí, entonces esos triángulos son semejantes.

Esta condición es la que establece el **primer teorema de Tales**.

Y, por tanto, se cumple que: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{CC'}{AA'} = r$

Ejercicio1:



Los dos triángulos de la figura tienen sus lados de longitudes: 7,6 cm, 4,18 cm y 6,65 cm, el primero de ellos, mientras que los lados del segundo triángulo miden 4 cm, 2,2 cm y 3,5 cm. Se pregunta si estos triángulos son semejantes.

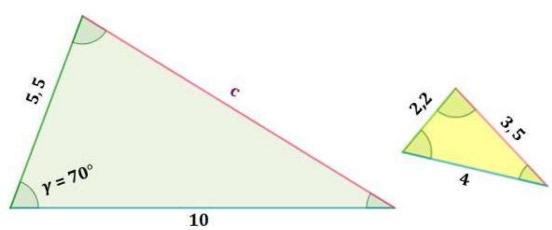
Solución:

Como se saben los tres lados de los dos **triángulos**, aplicamos el tercer criterio de semejanza.

$\frac{7,6}{4} = 1,9$ $\qquad$ $\frac{4,18}{2,2} = 1,9$ $\qquad$ $\frac{6,65}{3,5} = 1,9$

Como la razón entre los lados correspondientes de los dos triángulos es la misma (**razón de semejanza = 1,9**) los dos triángulos son semejantes.

Ejercicio2:



Tenemos dos triángulos: el mayor dos lados de 10 cm y 5,5 cm concurren en el ángulo γ de 70°, mientras que del menor se conocen sus tres lados, de 4 cm, 2,2 cm y 3,5 cm. Se pregunta si estos triángulos son semejantes.

Solución:

En este caso, los tres datos conocidos de cada triángulo no se corresponden al mismo criterio de los tres expuestos. Para hallar el lado c desconocido en el triángulo mayor recurrimos al procedimiento expuesto en resolución de triángulos, en el apartado de «conocer dos lados y el ángulo que forman», en el que hay que aplicar el teorema del coseno.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab.\,Cos\,\gamma}$$

$$c = \sqrt{10 + 5{,}5^2 - 2.10.5{,}5.\,Cos\;70°} = \mathbf{9{,}64\ Cm}$$

El lado **c** mide **9,64 cm.**

Como ya conocemos los tres lados de cada triángulo, obtendremos la razón entre cada par de lados homólogos, para ver si es la misma razón, que confirmará si estos triángulos son semejantes o no:

$\frac{10}{4} = 2{,}5$ $\frac{5{,}5}{2{,}2} = 2{,}5$ $\frac{9{,}62}{3{,}5} = 2{,}5$

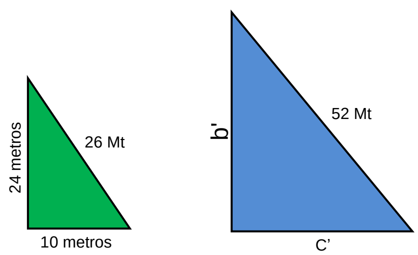
Se comprueba que los tres lados no son proporcionales. Por lo tanto, estos dos triángulos no son semejantes.

VIDEO:
Te invito a observar el siguiente video de triángulos semejantes y proporcionales:
https://www.youtube.com/watch?v=Pgb3H4Su1EY&t=35s

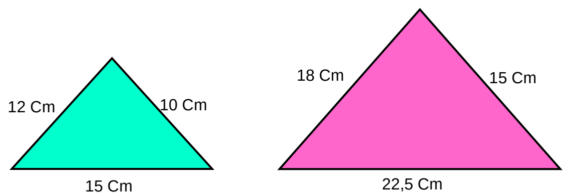
Teorema del coseno:
https://www.youtube.com/watch?v=Y285KwXAuuY

ACTIVIDAD3:

1. Los catetos de un triángulo rectángulo que miden 24 m y 10 m. ¿Cuánto medirán los catetos de un triángulo semejante al primero cuya hipotenusa mide 52 m?



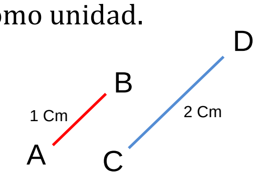
2. Determinar los siguientes triángulos son semejantes:



5. PROPORCIONALIDAD DE SEGMENTOS

5.1. Razón entre dos segmentos:

La razón de dos segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ es la medida del primero respecto del segundo que estaríamos tomando como unidad.



En esta figura la razón entre los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ sería 1/2. Esta relación se expresa así:

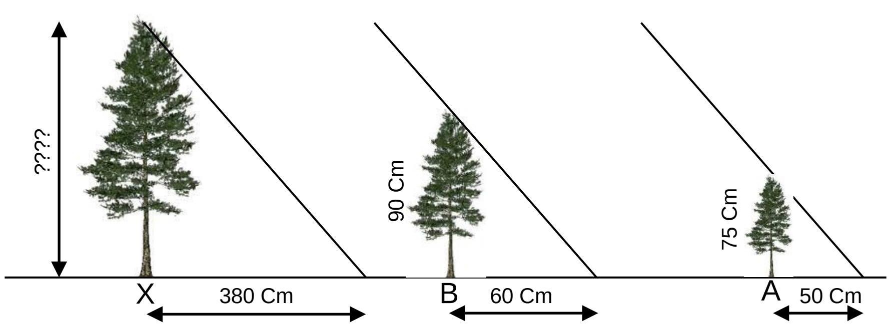
$$\frac{AB}{CD} = \frac{1}{2}$$

Si calculamos la razón de dos segmentos, conociendo la medida de cada uno de ellos con respecto a un segmento unidad, el resultado es siempre el mismo independiente de la unidad de medida elegida, aunque ha de ser siempre la misma para medir ambos segmentos.

"La razón de un segmento $\overline{AB}$ sobre otro $\overline{CD}$, es igual al cociente o razón de sus medidas, ambas respecto de una misma unidad".

5.2. Segmentos proporcionales

Ejemplo: Un día soleado, el señor **Convex** recorría el parque con un amigo. Este último comentó, que las estacas que sostenían a los rosales y al delgado pino, estaban colocadas perfectamente verticales, y dijo: "¿Ha notado usted que las estacas más altas proyectan sombras más largas?"



Es cierto - respondió **Convex**, además, las sombras son proporcionales a las alturas; por eso, con ayuda de una estaca podría hallar la altura del pino sin medirlo.

Amigo (sorprendido) ¿Qué quieres decir con todo eso?
Convex Pues Mide las alturas de las estacas y las sombras de éstas, y del pino
Amigo. He aquí las medidas:

	A	B	Pino
Alturas	75 Cm	90 Cm	X Cm
Sombras	50 Cm	60 Cm	3,80 m=380Cm

Notemos ante todo que la razón o cociente de las alturas de las estacas A y B es la misma que la de sus respectivas sombras:

alturas: 75/90 = 5/6 **sombras**: 50/60 = 5/6, y entonces se puede escribir una proporción.
Amigo. ¿Qué es una proporción?
Convex La igualdad de dos razones
Amigo. ¿Cómo se halla la altura del pino? x / 75 = 380 / 50, siempre utilizando la misma unidad, en este caso cm. Por lo tanto, 50x = 380.75 y de aquí deducimos que x = 380.75/50 = 570cm=**5,70m**.

"Dos segmentos, AB y CD, son proporcionales a otros dos, EF y GH, si sus razones coinciden. Es decir: AB/CD = EF/GH".

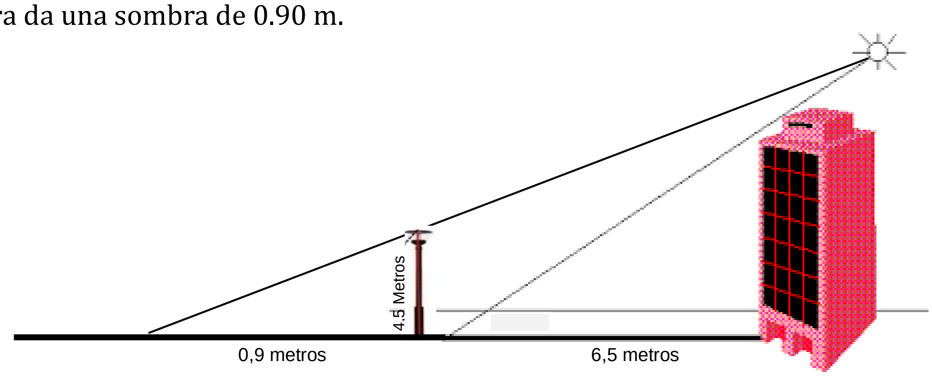
Si quieres observar la razón entre dos segmentos te invito a experimentar en Geogebra: https://www.geogebra.org/m/wxAsJrsP

ACTIVIDAD4:

1. En este ejercicio tienes que calcular la razón de los segmentos AB y CD, en los siguientes casos:

Medida de AB	Medida de CD	Razón AB/CD
a unidades	c unidades	a/c
2 unidades	5 unidades	
3 unidades	6 unidades	

2. Calcular la altura de un edificio que proyecta una sombra de 6.5 m a la misma hora que un poste de 4.5 m de altura da una sombra de 0.90 m.



HETEROEVALUACIÓN: La valoración del trabajo desarrollado en la presente guía se realizará de la siguiente forma:

- **Saber Hacer (50%):** a. Elaboración y entrega de las actividades propuestas.
  b. Ejercicios de Prueba.
- **Saber (25%):** a. Prueba Bimestral
- **Ser – Convivir (25%):** a. Normas de Convivencia.
  b. Responsabilidad y Cumplimiento en la entrega de trabajos.
  c. Seguimiento a las instrucciones dadas por el docente.
  d. Autoevaluación y Coevaluación.

AUTOEVALUACIÓN Y COEVALUACION: Onceava Semana del Periodo

Transcribir a hojas de block cuadriculado las siguientes tablas, marcar con una X en la casilla de la valoración correspondiente a los siguientes criterios y luego totalizar cada columna. Se debe realizar con la máxima sinceridad:

1. Nunca (1.0) 2. Casi Nunca (2.0) 3. A veces (3.0)
4.Casi Siempre (4.0) 5. Siempre (5.0)

AUTOEVALUACION COMPONENTE HACER Y SER - CONVIVIR
(La realiza el estudiante)
https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSe8K6emBxx7juVipbyPzTOGq_10Rg7a2XDDfxaaipio4DKZTA/viewform?usp=sf_link

CRITERIO	1	2	3	4	5
1. Dedico el tiempo suficiente para la realización de actividades, pruebas y exposiciones.					
2. Contribuyo con mi buen comportamiento y disposición en el desarrollo de las actividades					
3. Asumo con responsabilidad el desarrollo de las actividades propuestas.					
4. Llevo mis actividades y trabajos de forma clara y ordenada.					
5. Soy puntual en la entrega de las actividades de acuerdo con las fechas establecidas.					
6. Me esfuerzo por cumplir con todos los criterios de presentación y contenido de las actividades estipulados por el docente.					
7. Me preocupo por estar atento y participar de los encuentros programados por el docente para afianzar mis aprendizajes.					
8. Cuento con los materiales necesarios para el desarrollo de las actividades haciendo buen uso de los mismos.					

9. Demuestro interés y motivación por aprender matemáticas.					
10. Hago todo lo posible por superar mis dificultades académicas y aprender los contenidos que me parecen					
TOTALES					
Firma Estudiante					

TALLER DE NIVELACION Y REFUERZO: Se aplicará en la durante el periodo de acuerdo a las actividades asignadas por el docente